UNIVERSITE PAUL SABATIER **Année Universitaire 2011 -2012**
L1 PCP **Lundi 16 avril 2012**

Contrôle continu de mécanique

L'usage des calculatrices est interdit.

(Durée : 30 minutes)

NOM :	**Prénom :**	**Groupe :**	***Note (/20) :***

Bille en mouvement dans un tube en rotation

Dans un repère cartésien $\mathcal{R}\left(O,\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z}\right)$ considéré comme galiléen, un tube *OA*, de section négligeable, est en rotation autour de l'axe *Oz* avec la vitesse angulaire constante ω. Ce tube est incliné d'un angle α constant par rapport à la verticale. On associe au tube le repère $\mathcal{R}'\left(O,\overrightarrow{e_{x'}},\overrightarrow{e_{y'}},\overrightarrow{e_z}\right)$ tel que, *H* étant le projeté orthogonal de *A* dans le plan (xOy), $\overrightarrow{e_{x'}}=\frac{\overrightarrow{OH}}{OH}$. Un point *M*, de masse *m*, peut se mouvoir *sans frottement* dans le tube, et on note *r* la distance de *O* à *M*.
On note $\vec{g}=-g\overrightarrow{e_z}$ le champ de pesanteur terrestre.

a) Sur un schéma, représenter les deux repères $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$, et faire figurer explicitement, la distance *r*, l'angle α et le vecteur rotation $\overrightarrow{\Omega}\left(\mathcal{R}'/\mathcal{R}\right)$ de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$, dont on précisera la norme et la direction.

b) Réaliser le bilan des forces dans chacun des deux repères à $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$: donner leurs définitions mathématiques puis les expliciter de la manière la plus simple. On pourra, si on le veut, utiliser le vecteur unitaire $\overrightarrow{e_r}=\frac{\overrightarrow{OA}}{OA}$ et la base $\left(\overrightarrow{e_r},\overrightarrow{e_\alpha},\overrightarrow{e_{y'}}\right)$.

c) Après projection selon la direction $\overrightarrow{e_r}$ de la Relation Fondamentale de la Dynamique (RFD), déterminer la **position d'équilibre** r_{eq} du point matériel M dans $\mathcal{R}'$.

d) M étant à l'équilibre en r_{eq}, la vitesse angulaire de la tige est brusquement réduite à la valeur constante $\frac{\omega}{2}$ à un instant pris comme origine des temps : r va diminuer. Ecrire la RFD dans $\mathcal{R}'$ sous forme vectorielle, puis la projeter suivant $\overrightarrow{e_r}$. En déduire l'équation différentielle du mouvement.

e) Quel est le temps t_o mis par M pour atteindre O ?